

〈論文〉

## 混合複占市場における内生的タイミング

—私企業の目的が相対的利潤最大化である場合—

加藤 一彦

### Endogenous Timing in a Mixed Duopoly: A Relative-payoff Maximizing Private Firm vs. a Welfare Maximizing Public Firm

Kazuhiko Kato

#### Abstract

We examine the observable delay game in a mixed duopoly where the public firm and the private firm compete in quantity in the case that the objective of the private firm is to maximize the relative-payoff. Suppose that they have different cost functions and the marginal production cost of the public firm is larger than that of the private firm for any positive output level. In the sub-game perfect Nash equilibrium, the public firm acts as a Stackelberg leader and the private firm a Stackelberg follower, or the public firm acts as a Stackelberg follower and the private firm a Stackelberg leader.

#### 1. はじめに

加藤（2007）において、私企業の目的が相対的利潤最大化であり、公企業との混合寡占を考えた場合、(S) 公企業と私企業が同時に生産量を決定する場合、(L) はじめに公企業が生産量を決定し、次に私企業が生産量を決定する場合、(F) はじめに私企業が生産量を決定し、次に公企業が生産量を決定する場合、の全ての場合において、均衡では各企業の生産量や社会厚生水準は一致することが示された。しかしながら、論文では両企業の費用関数は対称的である、という仮定がなされており、得られた結果はその仮定に強く依存している。

本論文では、基本的なモデルの枠組みは加藤（2007）とするものの、公企業と私企業間で費用関数は非対称である場合を取り上げる<sup>1)</sup>。この場合には、上記の3つの場合で均衡結果が等しくなる、ということは必ずしもいえなくなる。そのため、内生的タイミングを考える意味が生じる。内生的タイミングを考える上で、特に本論文ではHamilton and Slutsky（1991）で用いられたobservable delay game を用いて分析する。ここで、observable delay game について簡単に説明しておこう。このゲームは2期間（第1期と第2期）に分かれており、さらに第2期は前期と後期に分か

れている。まず、第1期に両企業が生産量を決定するタイミングを同時に選択し、その次の第2期で、第1期で選択されたタイミング（第2期前期に生産するか、もしくは第2期後期に生産するか）に従って、各企業は生産量を決定する。なお、第2期が始まる時には、各企業ともどのタイミングで生産量を決定するかについて、自己の決定はもちろんのこと相手企業の決定もわかるものとする。

こうした observable delay game を用いた分析は、従来、様々な設定の下、行われてきている。例えば、数量競争の observable delay game の分析に関しては、Pal (1998) や Matsumura (2003)、Matsumura and Ogawa (2007) があり、また、価格競争のそれに関しては、B'arcena-Ruiz (2007) や Ogawa and Kato (2007) がある。ただし、これらの研究においては、私企業の目的関数は自己利潤最大化となっており、相対的利潤最大化を取り扱ったものはない。なお、本論文の分析は前者に挙げた Pal (1998) や Matsumura and Ogawa (2007) の私企業の目的関数が異なるバージョンに対応する<sup>2)</sup>。

今後、本論文は以下の通りに展開されていく。次の2節では、モデルを提示する。3節では、公企業と私企業間で最善の生産配分を示す。4節では、意思決定のタイミングごとの均衡生産量、社会厚生水準や利潤を求める。5節では、このゲームのサブゲーム完全均衡を求め、6節で本論文の帰結を述べる。

## 2. モデル

公企業（以下、企業0と呼ぶ）と私企業（以下、企業1と呼ぶ）がそれぞれ1社ずつ存在する状況を考える。各社それぞれ同質財を生産し、数量競争をするものとする。逆需要関数は所与とし、 $p(Q) = a - Q$ ,  $Q = q_0 + q_1$  であるとする。ここで  $Q$  は総生産量、 $q_0$  は企業0の生産量、 $q_1$  は企業1の生産量を表す。また、 $a$  は十分大きな正の定数である。各企業の費用関数は  $c_i q_i^2 / 2$ ,  $i = 0, 1$  とし、 $c_i$  は正の定数である。なお、 $c_i$  は企業間で異なり、 $c_0 > c_1$  であると仮定する。

各企業の利潤関数は以下のように示される。

$$\pi_i(q_0, q_1) = (a - Q)q_i - \frac{c_i q_i^2}{2}. \quad (1)$$

社会厚生は以下のように示される。

$$W(q_0, q_1) = \int_0^Q p(s) ds - \frac{c_0 q_0^2}{2} - \frac{c_1 q_1^2}{2}. \quad (2)$$

企業0の目的関数  $U_0(q_0, q_1)$  は  $W(q_0, q_1)$  である。

企業1の目的関数  $U_1(q_0, q_1)$  は自己利潤最大化ではなく、相対的利潤最大化である。相対的利潤

最大化とは、自己利潤から自己を含めた全ての企業の平均利潤を引いたものである。式に表すと以下のようになる。

$$\begin{aligned}
 U_1(q_0, q_1) &= \pi_1(q_0, q_1) - \frac{\pi_0(q_0, q_1) + \pi_1(q_0, q_1)}{2}, \\
 &= \frac{1}{2}\{\pi_1(q_0, q_1) - \pi_0(q_0, q_1)\}.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

この論文で取り扱うゲームの構造は以下の通りである。まず、期間は2期間あり、初めの第1期において、両企業は生産量を決定するタイミングのみを同時に決定する。次の第2期は、前期 ( $t=1$ ) と後期 ( $t=2$ ) に分かれており、第1期で各企業が決定したタイミングを両企業は知った上で、そのタイミングに従って生産量を決定する。もし、企業0が前期を、企業1が後期を選択した場合、前期で企業0が選択した生産量を見た後で、後期に企業1は生産量を決定するということになる。第1期の選択によって生じる、第2期の各企業の生産量選択のタイミングは以下の3つである。

(S)  $t=1$ 、もしくは、 $t=2$ において企業0と企業1が同時に生産量を決定する場合。

(L)  $t=1$ において企業0が生産量を決定し、 $t=2$ において企業1が生産量を決定する場合。

(F)  $t=1$ において企業1が生産量を決定し、 $t=2$ において企業0が生産量を決定する場合。

このゲームをバックワードインダクションで解いていく。まず、最善の配分がどのようになるかを求めた後、上記の3つのサブゲームごとに均衡生産量、社会厚生水準、各企業の利潤を求めることにする。

### 3. 最善の生産配分

この節では最善の生産配分を求める。最善の生産配分を求める際、以下の最大化問題を解く。

$$\max_{q_0, q_1} W(q_0, q_1).
 \tag{4}$$

社会厚生最大化の1階条件は以下の通り。

$$a - (1 + c_0)q_0 - q_1 = 0,
 \tag{5}$$

$$a - q_0 - (1 + c_1)q_1 = 0.
 \tag{6}$$

上記の連立1次方程式を  $q_0$  と  $q_1$  について解くことにより、各企業の均衡生産量  $q_i^{FB}$  が求まる。その均衡生産量を用いて、各企業の利潤  $\pi_i^{FB}$  と社会厚生水準  $W^{FB}$  を計算すると、以下のよう

まる。

$$q_0^{FB} = \frac{c_1 a}{c_0 + c_0 c_1 + c_1}, \quad q_1^{FB} = \frac{c_0 a}{c_0 + c_0 c_1 + c_1}, \quad (7)$$

$$\pi_0^{FB} = \frac{c_0 c_1^2 a^2}{2(c_0 + c_0 c_1 + c_1)^2}, \quad \pi_1^{FB} = \frac{c_0^2 c_1 a^2}{2(c_0 + c_1 + c_0 c_1)^2}, \quad (8)$$

$$W^{FB} = \frac{(c_0 + c_1) a^2}{2(c_0 + c_0 c_1 + c_1)^2}. \quad (9)$$

ここで、両企業の生産量と利潤を比較すると、私企業の方が公企業に比べて両者の値とも大きいことがわかる。同じ総生産量を実現する場合、技術的に費用条件の悪い企業に生産させるよりも、費用条件の良い企業に生産させた方が総費用を低くすることができる。そのため、最善の場合を考えた場合、公企業よりも私企業の方により多く生産させる、という結果になる。

#### 4. 各サブゲームの均衡結果

この節では、前述の3つの各サブゲームにおける、各企業の均衡生産量と利潤、ならびに社会厚生水準について求めていく。なお、今後、上付きの文字はそのサブゲームにおける均衡値を示すものとする。

##### 4.1 (S) $t=1$ 、もしくは、 $t=2$ において企業0と企業1が同時に生産量を決定する場合

各企業はそれぞれ以下の最大化問題を解く。

$$\max_{q_0} U_0(q_0, q_1), \quad (10)$$

$$\max_{q_1} U_1(q_0, q_1). \quad (11)$$

各企業の目的関数最大化の1階条件式は以下の通り。

$$a - (1 + c_0)q_0 - q_1 = 0, \quad (12)$$

$$\frac{1}{2} \{a - (2 + c_1)q_1\} = 0. \quad (13)$$

(12) 式と (13) 式はそれぞれ企業0と企業1の目的関数の1階条件式である。これらの連立1次方程式を  $q_0$  と  $q_1$  について解き、均衡生産量を求め、その値を用いて各企業の利潤ならびに社会厚生水準を求めると以下ようになる。

$$q_0^s = \frac{(1+c_1)a}{(1+c_0)(2+c_1)}, \quad q_1^s = \frac{a}{2+c_1}, \quad (14)$$

$$\pi_0^s = \frac{c_0(1+c_1)^2 a^2}{2(1+c_0)^2(2+c_1)^2}, \quad \pi_1^s = \frac{(2c_0+c_0c_1-c_1)a^2}{2(1+c_0)(2+c_1)^2}, \quad (15)$$

$$U_1^s = \frac{(c_0-c_1)(1+2c_0+c_0c_1)a^2}{4(1+c_0)^2(2+c_1)^2}, \quad W^s = \frac{(3c_0+c_0c_1+c_1^2+3c_1+4)a^2}{2(1+c_0)(2+c_1)^2}. \quad (16)$$

#### 4.2 (L) $t=1$ において企業 0 が生産量を決定し、 $t=2$ において企業 1 が生産量を決定する場合

バックワードインダクションを用いて計算する。後期に企業 1 は企業 0 の生産量を所与として自己の生産量を決定する。しかしながら、(13) 式から明らかなように、企業 1 の反応関数は企業 0 の生産量から独立である。そのため、(S) の場合と (L) の場合では、均衡結果は一致する。よって、サブゲーム (L) における各企業の均衡生産量と利潤、ならびに社会厚生水準は、

$$q_0^l = \frac{(1+c_1)a}{(1+c_0)(2+c_1)}, \quad q_1^l = \frac{a}{2+c_1}, \quad (17)$$

$$\pi_0^l = \frac{c_0(1+c_1)^2 a^2}{2(1+c_0)^2(2+c_1)^2}, \quad \pi_1^l = \frac{(2c_0+c_0c_1-c_1)a^2}{2(1+c_0)(2+c_1)^2}, \quad (18)$$

$$U_1^l = \frac{(c_0-c_1)(1+2c_0+c_0c_1)a^2}{4(1+c_0)^2(2+c_1)^2}, \quad W^l = \frac{(3c_0+c_0c_1+c_1^2+3c_1+4)a^2}{2(1+c_0)(2+c_1)^2} \quad (19)$$

となり、 $q_0^l = q_0^s$ 、 $\pi_1^l = \pi_1^s$ 、 $U_1^l = U_1^s$ 、 $W^l = W^s$  であることがわかる。

#### 4.3 (F) $t=1$ において企業 1 が生産量を決定し、 $t=2$ において企業 0 が生産量を決定する場合

バックワードインダクションを用いて計算する。まず、後期に企業 0 は (12) 式を満たすように生産量を選択する。つまり、企業 0 が選択する生産量は  $(a-q_1)/(1+c_0)$  となる。

これを読み込んだ上で前期に企業 1 は自己の生産量を決定する。企業 1 の最大化問題は

$$\max_{q_1} \frac{1}{2} \left[ \left\{ \left( a - \frac{a-q_1}{1+c_0} - q_1 \right) q_1 - \frac{c_1 q_1^2}{2} \right\} - \left\{ \left( a - \frac{a-q_1}{1+c_0} - q_1 \right) \frac{a-q_1}{1+c_0} - \frac{c_1}{2} \frac{(a-q_1)^2}{(1+c_0)^2} \right\} \right], \quad (20)$$

となる。上記の最大化問題を解けば、企業 1 の均衡生産量が求まり、さらにそれを用いて企業 0 の均衡生産量も求めることができる。計算結果は以下の通りである。

$$q_0^f = \frac{(c_0+c_1+c_0c_1)a}{2c_0^2+c_0^2c_1+3c_0+2c_0c_1+c_1}, \quad (21)$$

$$q_i^f = \frac{c_0(2+c_0)a}{2c_0^2 + c_0^2c_1 + 3c_0 + 2c_0c_1 + c_1} \quad (22)$$

また、均衡における各企業の利潤ならびに社会厚生水準は以下の通りである。

$$\pi_0^F = \frac{c_0(c_0 + c_0c_1 + c_1)^2 a^2}{2(2c_0^2 + c_0^2c_1 + 3c_0 + 2c_0c_1 + c_1)^2} \quad (23)$$

$$\pi_1^F = \frac{c_0^3(2+c_0)(2+c_1)a^2}{2(2c_0^2 + c_0^2c_1 + 3c_0 + 2c_0c_1 + c_1)^2} \quad (24)$$

$$U_i^F = \frac{c_0(c_0 - c_1)a^2}{4(2c_0^2 + c_0^2c_1 + 3c_0 + 2c_0c_1 + c_1)} \quad (25)$$

$$W^F = \frac{\{(c_1 + 3)c_0^4 + (c_1^2 + 6c_1 + 11)c_0^3 + (3c_1^2 + 10c_1 + 9)c_0^2 + 3(c_1 + 2)c_0c_1 + c_1^2\} a^2}{2(2c_0^2 + c_0^2c_1 + 3c_0 + 2c_0c_1 + c_1)^2} \quad (26)$$

以上で各サブゲームの均衡結果を全て導出することができた。各サブゲームの均衡結果からわかることは、生産量と利潤に関して、どのサブゲームにおいても私企業の方が公企業よりも大きい、という点である。

### 5. observable delay game の均衡

この節では、まず、前節で求めた各サブゲームにおける均衡結果をそれぞれ比較する。得られた結果を以下の命題1にまとめて記す。

#### 命題1

1.  $q_0^S = q_0^t > q_0^f$ ,
2.  $q_1^S = q_1^t < q_1^f$ ,
3.  $\pi_1^S = \pi_1^t > \pi_1^f$ ,
4.  $U_i^S = U_i^t < U_i^f$ ,
5.  $W^S = W^L < W^F$ .

命題1で得られた関係を用いて、第1期の各企業の選択を考えると以下の命題2を得る。

**命題2** 社会厚生最大化を目的とする公企業と相対的利潤最大化を目的とする自国私企業による混合寡占を考える。企業間の費用関数の係数のみが異なり、公企業の係数が私企業のそれよりも厳密に大きいものとする。同質財の数量競争を行った場合、サブゲーム完全均衡では、(1) 公企業が  $t=1$  を選択し、私企業が  $t=2$  を選択する。(2) 公企業が  $t=2$  を選択し、私企業が  $t=1$  を選択する。

なお、(2) は各企業の弱支配戦略によって実現する均衡である。

この結果が得られた直観は次のようになる。まず、公企業が後期を選択し、私企業が前期を選択する、という均衡について見てみよう。私企業にとっては、相手との利潤の差を大きくしたいため、生産量を増やす誘引が存在する。一方、公企業にとっては、費用条件の良い私企業が生産量を増やすことは、自分の目的である社会厚生の水準を高めることになる。よって、両者ともに誘引が一致することにより、公企業は後期を選択し、私企業は前期を選択することになる。次にもう1つの均衡についてであるが、これは単に私企業の反応関数が公企業の実産量の水準に依存しないことによって導かれるにすぎない。

## 6. 帰 結

この論文では、公企業の競争相手である私企業が自己利潤最大化ではなく、相対的利潤最大化を目的とした場合で、かつ、公企業と私企業間で費用差が存在する場合を分析した。均衡結果は、加藤（2007）で考えられた「公企業と私企業間で費用差が存在しない」場合とは大きく異なり、企業的意思決定順序は均衡結果に影響を与えることがわかる。そのため、内生的タイミングを考える意味が生じ、observable delay game を用いて分析すると、片方の企業が先導者となり、もう片方の企業が追従者となるという結果が得られた。

得られた結果について、私企業の目的を自己利潤最大化として分析した過去の研究結果と比較してみよう。私企業が自己利潤最大化を目的としていた場合、本論文で得られた結果と同様、片方の企業が先導者となり、もう片方が追従者となる、という結果が得られている。しかしながら、第1期において選択される前期と後期の行動間で各企業ともに支配的な関係はなかった。本論文で取り扱った、私企業が相対的利潤最大化を目的としていた場合には、公企業にとっては後期が前期を弱支配し、私企業にとっては前期が後期を弱支配していることがわかる。こうした行動間の支配関係の有無が、従来の研究との大きな違いであろう。

さて、本論文では私企業は国内企業である場合を取り上げた。しかしながら、従来の分析にもある通り、私企業が外国企業である場合には結果は変わりうる。ただし、線形の需要関数を考えた場合には、各企業の反応関数は互いに相手の生産量から独立した形となり、かつ、外国私企業の均衡利潤が負になってしまう。今後、今回の分析の枠組みで外国私企業が公企業の競争相手である場合を分析する際には、完全に外国人資本家により所有されている場合を取り扱うのではなく、部分的に外国資本家が所有されている場合を考える必要がある。また、本論文では数量競争をするものとして分析がなされたが、価格競争の場合、従来の結果と異なる可能性がある。このような点は今後の分析課題としたい。

【注】

- 1) このように公企業と私企業の間で費用関数が非対称的な場合を分析したものはいくつもある。例えば、Pal (1998) や Mujumdar and Pal (1998)、Ohori (2006)、Lu (2006)、Lu and Poddar (2005) などを参照せよ。
- 2) Pal (1998) や Matsumura and Ogawa (2007) では、企業の費用関数は限界費用一定で、かつ、公企業の限界費用は私企業のそれに比べて大きいというもので、厳密な設定は本論文とは異なる。しかしながら、そのような費用関数であっても、本論文で得られる結果に大きな違いはない。

参考文献

- [1] Bárcena-Ruiz, J. C., 2007. "Endogenous Timing in a Mixed Duopoly: Price Competition," *Journal of Economics*, **91**, 263-272.
- [2] Hamilton, J. H. and Slutsky, S. M., 1990. "Endogenous Timing in Duopoly Games: Stackelberg or Cournot Equilibria," *Games and Economic Behavior*, **2**, 29-46.
- [3] Lu, Y., 2006. "Endogenous Timing in a Mixed Oligopoly with Foreign Competitors: the Linear Demand Case," *Journal of Economics*, **88**, No.1, 49-68.
- [4] Lu, Y. and Poddar, S., 2005. "Mixed Oligopoly and the Choice of Capacity", *Research in Economics*, **59**, 365-374.
- [5] Matsumura, T., 2003. "Stackelberg Mixed Duopoly with a Foreign Competitor," *Bulletin of Economic Research*, **55**, 275-287.
- [6] Matsumura, T. and Ogawa, A., 2007. "On the Robustness of Private Leadership in Mixed Duopoly," mimeo.
- [7] Mujumdar, S. and Pal, D., 1998. "Effects of Indirect Taxation in a Mixed Oligopoly," *Economics Letters*, **58**, 199-204.
- [8] Ohori, S., 2006. "Trade Liberalization, Consumption Externalities and the Environment: A Mixed Duopoly Approach," *Economics Bulletin*, **17**, No.5, 1-9.
- [9] Ogawa, A. and Kato, K. 2007. "Endogenous Timing in a Mixed Duopoly with a Foreign Competitor," mimeo.
- [10] Pal, D., 1998. "Endogenous Timing in a Mixed Oligopoly," *Economics Letters*, **61**, 181-185.
- [11] 加藤一彦, 2007. 「混合複占市場における均衡分析—民間部門の目的が相対的利潤最大化である場合—」, 亜細亜大学経済学会『経済学紀要』, **31**, No.1/2, 81-87.