

〈論文〉

世代間所得移転政策と経済成長：政治経済学的分析

内藤 克幸*

Intergenerational Transfer Policies and Economic Growth: A Politico-economic Analysis

Katsuyuki Naito

Abstract

We consider an overlapping generations economy with physical and human capital accumulation, in which the government implements public education and pay-as-you-go social security. In each period, the size of these policies is determined through voting process. We analyze effects of changes in demographic structure on the politically determined public policies and on the patterns of physical and human capital accumulation. While population aging expands the size of social security, it reduces the size of public education. Furthermore, population aging promotes capital accumulation and raises the rate of economic growth in the balanced growth path.

1. はじめに

多くの国々では様々な世代間所得移転政策が実施されているが、これらの政策は経済成長に対して重大な影響を及ぼす。例えば、賦課方式による年金制度においては労働世代から引退世代への所得移転が行われるが、多くの先行研究は、このような年金制度が私的貯蓄の減少を通じて経済成長を阻害することを主張している。また、公的教育制度は労働世代から教育世代への実質的な所得移転機能を持っており、人的資本蓄積を通じて経済成長を促進させると考えられている。年金制度及び公的教育制度の各々の効果に関しては膨大な研究の蓄積があり、また、公的教育制度と年金制度が共存する状況を考察している先行研究も多く存在する。Kaganovich and Zilcha (1999) は世代内で同質的な個人から成る世代重複モデルを想定し、政府の財源(税収)の一部を年金制度から公的教育制度にシフトさせるような政策が経済成長に及ぼす影響を分析している。また、Glomm and Kaganovich (2003) と Glomm and Kaganovich (2008) は世代内で個人が異質な状況を想定し、年金制度や公的教育制度の拡充が経済成長や所得格差に及ぼす影響を分析している。

* 亜細亜大学経済学部講師

世代間所得移転政策に関しては世代間で利害対立が発生し、そのような利害対立は何らかの政治過程を通じて調整される。特に民主主義国においては、政策規模が投票過程を通じて決定される¹⁾。近年では、いくつかの研究が年金制度と公的教育制度が共存する状況を政治経済学的に分析している。Kaganovich and Meier (2012) と Kaganovich and Zilcha (2012) は公的教育制度の規模が投票過程を通じて決定される状況を想定し、賦課方式による年金制度の下での経済成長経路や所得格差の推移と積立方式による年金制度の下での経済成長経路や所得格差の推移を比較している²⁾。しかし、これらの研究では年金制度の規模が所与として扱われているため、年金制度の規模が投票過程を通じてどのように決定されるかという問題は考察されていない。また、Kemnitz (2000) は人的資本蓄積を伴う世代重複モデルにおいて公的教育制度と年金制度の規模が政治過程を通じて決定される状況を分析しているが、この研究では小国開放経済を想定しているため、公的教育制度や年金制度が物的資本蓄積に及ぼす影響等は考察されていない。本論文は物的資本蓄積と人的資本蓄積によって経済が成長する状況において、年金制度の規模と公的教育制度の規模の双方が投票過程を通じて決定される状況を分析する。特に、本論文では人口成長率の変化が政治過程を通じて決定される政策や資本蓄積過程に対して及ぼす影響を詳細に分析する。

本論文では3期間(若年期、中年期、老年期)生きる個人から成る世代重複モデルを想定し、賦課方式による年金制度と公的教育制度の規模が投票過程を通じて決定される状況を考察する。個人は世代内で同質的であり、また自らの消費水準のみから効用を得る(子への利他心を持たない)。個人は若年期に公的教育を受け、人的資本を蓄積する。また、個人は中年期に可処分所得を消費と貯蓄に割り振り、老年期には貯蓄収益と年金給付を消費する。個人は予算制約の下で効用を最大化するように消費と貯蓄を選択する。最終財は物的資本と人的資本を投入することで生産され、企業は利潤を最大化するように物的資本投入量と人的資本投入量を選択する。政府は中年世代の個人に対して労働所得税(教育税と年金税)を課し、その労働所得税を財源として公的教育支出と年金給付を実施する。また、子の人的資本は公的教育支出水準と親の人的資本水準に依存して決定される。教育税率が上昇すると私的貯蓄の減少を通じて物的資本蓄積が阻害される一方で、公的教育の拡充により人的資本蓄積は促進される。したがって、教育税率の上昇は次期の物的資本・人的資本比率を低下させる。また、年金税率が上昇すると私的貯蓄の減少を通じて物的資本蓄積を阻害するため、次期の物的資本・人的資本比率が低下する。

教育税率と年金税率は確率的投票過程を通じて決定される。投票権は中年世代と老年世代のみに

¹⁾ Cooley and Soares (1999)、Boldrin and Rustichini (2000)、Forni (2005) は賦課方式による年金制度の規模が投票過程を通じて決定される状況を分析しており、Glomm and Ravikumer (1992)、Gradstein and Kaganovich (2004)、Boldrin (2005) は公的教育制度の規模が政治過程を通じて決定される状況を分析している。

²⁾ Kaganovich and Meier (2012) では小国開放経済を想定しており、生産要素価格が一定水準に固定されているのに対して、Kaganovich and Zilcha (2012) は閉鎖経済を想定しているため、年金制度や公的教育制度が生産要素価格に対して影響を及ぼす。

与えられている。確率的投票過程においては、投票者の厚生加重和が最大化されるように政策が決定される。教育税率が上昇すると中年世代の可処分所得が減少する一方で（教育税率を上昇させることの限界費用）、次期の物的資本・人的資本比率が低下することを通じて貯蓄の収益率が上昇する（教育税率を上昇させることの限界便益）。また、年金税率が上昇すると中年世代の可処分所得が減少する一方で（年金税率を上昇させることの限界費用）、老年世代が受け取る年金給付水準が上昇する（年金税率を上昇させることの限界便益）。投票過程においては教育税率（年金税率）を上昇させることの限界便益と限界費用が一致するように教育税率（年金税率）が決定される。人口成長率が上昇すると教育税率は上昇する一方で、年金税率は低下する。また、人口成長率が上昇すると教育税率と年金税率の和は低下する。このことは、少子高齢化の進行（人口成長率の低下）が公的教育制度の縮小と年金制度の拡大を同時に引き起こすことを意味する。

政治経済均衡上での動学は次のような性質を持つ。まず、物的資本・人的資本比率の動学には大域的に安定な定常状態が一意に存在し、物的資本・人的資本比率がその定常状態に到達した後は、1人当たり物的資本、1人当たり人的資本、及び1人当たり産出量が全て同率で成長する（斉一成長経路）。また、人口成長率の上昇は（1人当たり）物的資本蓄積と人的資本蓄積の双方を阻害し、さらに1人当たり産出量成長率（経済成長率）に対しても負の影響を及ぼす。このことは、少子高齢化の進行が資本蓄積を促進し、経済成長率を引き上げることを意味する。

本論文の構成は以下のとおりである。2.1節ではモデルの基本構造を述べるとともに競争均衡を導出する。2.2節では政治経済均衡を導出し、人口成長率の変化が投票過程を通じて決定される政策に及ぼす効果を考察する。2.3節では政治経済均衡上での資本蓄積過程を導出し、人口成長率の変化が資本蓄積過程及び斉一成長経路上での経済成長率に及ぼす効果を分析する。3節では結論を述べる。

2. モデル

2.1 競争均衡

3期間（若年期、中年期、老年期）生きる個人から成る世代重複モデルを考える。経済は0期から始まり、無限期間続く。 $t-1$ 期に生まれる個人を t 世代と呼ぶ（ただし、 $t \geq 0$ ）。 t 世代は $t-1$ 期を若年期、 t 期を中年期、 $t+1$ 期を老年期として生きる。また、0期に老年期を迎える世代を -1 世代と呼ぶ。 -1 世代は0期のみを生きる。公的政策の世代間所得移転機能に焦点を当てるため、個人は世代内で全て同質的であるものとする。また、人口成長率は $n > -1$ で一定とする。

$$N_{t+1} = (1+n)N_t$$

ただし、 N_t は世代の人口である。

$t \geq 0$ 世代の個人は中年期と老年期の消費から効用を得て、個人の選好は以下の効用関数で表さ

れる。

$$\log c_t^t + \beta \log c_{t+1}^t, \quad 0 < \beta < 1 \quad (1)$$

ただし、 c_t^t と c_{t+1}^t はそれぞれ t 世代の個人の中年期消費と老年期消費、 β は割引因子である。個人は自らの消費水準のみに関心があり、子への利他心は持たない。 $t \geq 0$ 世代の個人は各期において次のような行動をとる。まず若年期には公的教育を受け、人的資本を蓄積する。若年期において個人は意思決定を行わない。中年期には人的資本を非弾力的に供給し、可処分所得を消費と貯蓄に割り振る。また、老年期には引退し、貯蓄収益と年金給付を消費する。個人の中年期と老年期の予算制約式はそれぞれ次のように表される。

$$c_t^t + s_t \leq (1 - \tau_{et} - \tau_{bt})w_t h_t \quad (2)$$

$$c_{t+1}^t \leq R_{t+1}s_t + b_{t+1} \quad (3)$$

ただし、 s_t は貯蓄、 h_t は人的資本、 w_t は人的資本 1 単位当たりの賃金、 R_{t+1} は貯蓄の粗収益率、 τ_{et} は公的教育のための労働所得税率 (以下、教育税率)、 τ_{bt} は年金給付のための労働所得税率 (以下、年金税率)、 b_{t+1} は年金給付である。 $t \geq 0$ 世代の個人は h_t 、 w_t 、 R_{t+1} 、 τ_{et} 、 τ_{bt} 、 b_{t+1} を所与として、効用を最大化するように c_t^t 、 c_{t+1}^t 、 s_t を選択する。効用最大化問題の解は次のとおりである。

$$c_t^t = \frac{1}{1 + \beta} \left[(1 - \tau_{et} - \tau_{bt})w_t h_t + \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} \right] \quad (4)$$

$$c_{t+1}^t = \beta R_{t+1} c_t^t \quad (5)$$

$$s_t = \frac{1}{1 + \beta} \left[\beta(1 - \tau_{et} - \tau_{bt})w_t h_t - \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}} \right] \quad (6)$$

-1 世代の個人は老年期の消費から効用を得て、個人の選好は以下の効用関数で表される。

$$\log c_0^{-1} \quad (7)$$

ただし、 c_0^{-1} は -1 世代の個人の老年期消費である。-1 世代の個人の老年期の予算制約式は次のように表される。

$$c_0^{-1} \leq R_0 s_{-1} + b_0 \quad (8)$$

ただし、 s_{-1} は -1 世代の貯蓄である。-1 世代の個人は s_{-1} 、 R_0 、 b_0 を所与として、効用を最大化するように c_0^{-1} を選択する。効用最大化問題の解は次のとおりである。

$$c_0^{-1} = R_0 s_{-1} + b_0 \quad (9)$$

最終財は物的資本と人的資本を投入することで生産され、その生産技術は Cobb-Douglas 型生産関数で表される。

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (10)$$

ただし、 Y_t は最終財産出力、 K_t と H_t はそれぞれ物的資本投入量と人的資本投入量である。物的資本は 1 期間のうちに完全に減耗する。市場は全て完全競争的であるものとする、企業の利潤最大化条件は次のように表される。

$$R_t = \alpha z_t^{\alpha-1} \equiv R(z_t) \quad (11)$$

$$w_t = (1 - \alpha) z_t^\alpha \equiv w(z_t) \quad (12)$$

ただし、 $z_t \equiv K_t/H_t$ は物的資本・人的資本比率である。

政府は税収を財源として公的教育と年金給付を実施する。公債発行は存在せず、政府の予算は毎期均衡するものとする。また、 t 期における総教育財源は $N_t \tau_{et} w_t h_t$ であり、総教育支出は $N_{t+1} e_t$ である。また、年金制度は賦課方式によって運営されるものとする、 t 期における総年金財源は $N_t \tau_{bt} w_t h_t$ であり、総年金支給は $N_{t-1} b_t$ である。したがって、公的教育制度と年金制度に関する政府の予算制約式はそれぞれ次のように表される。

$$N_{t+1} e_t = N_t \tau_{et} w_t h_t \quad \Leftrightarrow \quad e_t = \frac{1}{1+n} \tau_{et} w_t h_t \quad (13)$$

$$N_{t-1} b_t = N_t \tau_{bt} w_t h_t \quad \Leftrightarrow \quad b_t = (1+n) \tau_{bt} w_t h_t \quad (14)$$

なお、 b_t の値が正の場合には中年世代から老年世代への所得移転が行われるが（通常の年金制度）、 b_t の値が負の場合には老年世代から中年世代への所得移転が行われることになる。

個人の人的資本水準は公的教育支出水準と親の人的資本水準に依存して決定され、人的資本生産関数は次のように表されるものとする。

$$h_{t+1} = e_t^\theta h_t^{1-\theta} \quad (15)$$

(15) で表される人的資本生産関数は次のような性質を持っている。まず、公的教育水準を所与とすると、親の人的資本水準が高くなるにつれて子の人的資本水準も高くなる ($\partial h_{t+1} / \partial h_t > 0$)。また、親の人的資本水準が高くなるにつれて公的教育の限界生産性が上昇する ($\partial^2 h_{t+1} / \partial h_t \partial e_t > 0$)。

物的資本市場と人的資本市場の清算条件はそれぞれ次のように表される。

$$K_{t+1} = N_t s_t \quad (16)$$

$$H_t = N_t h_t \quad (17)$$

(労働人口) 1 人当たり物的資本を $k_t \equiv K_t/N_t$ で表すと、(6)、(11)、(12)、(14)、(16)、(17) より

$$k_{t+1} = \frac{\beta(1 - \tau_{et} - \tau_{bt})w(z_t)h_t}{(1+n)(1 + \beta + \frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1})} \quad (18)$$

を得る（補論を参照）。教育税率 τ_{et} や年金税率 τ_{bt} が上昇すると中年世代の可処分所得減少を通じて貯蓄が減少するため、次期の 1 人当たり物的資本 k_{t+1} は τ_{et} と τ_{bt} に関してそれぞれ減少であ

る。また、次期の年金税率 τ_{bt+1} が上昇すると年金給付増加を通じて貯蓄が減少するため、 k_{t+1} は τ_{bt+1} に関しても減少である。(13) と (15) より、次期の (労働人口) 1 人当たり人的資本は次のように表される。

$$h_{t+1} = \frac{1}{(1+n)^\theta} \tau_{et}^\theta w(z_t)^\theta h_t \quad (19)$$

教育税率 τ_{et} が上昇すると公的教育拡充を通じて人的資本蓄積が促進されるため、 h_{t+1} は τ_{et} に関して増加である。(18) と (19) より、物的資本・人的資本 z_t の遷移式が次のように求められる。

$$z_{t+1} = \frac{k_{t+1}}{h_{t+1}} = \frac{\beta(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)^{1-\theta}}{(1+n)^{1-\theta}\tau_{et}^\theta(1+\beta+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1})} \quad (20)$$

教育税率 τ_{et} が上昇すると、次期の 1 人当たり物的資本 k_{t+1} が減少すると同時に次期の 1 人当たり人的資本 h_{t+1} が増加するため、 z_{t+1} は τ_{et} に関して減少である。また、年金税率 τ_{bt} が上昇すると k_{t+1} が減少するため、 z_{t+1} は τ_{bt} に関して減少である。さらに、次期の年金税率 τ_{bt+1} が上昇すると k_{t+1} が減少するため、 z_{t+1} は τ_{bt+1} に関しても減少である。

定義 1 初期の物的資本と人的資本及び政策 $\{\tau_{et}, \tau_{bt}, b_t\}_{t=0}^\infty$ を所与として、競争均衡は以下の条件を満たす消費 c_0^0 、 $\{c_t^t, c_{t+1}^t\}_{t=0}^\infty$ 、貯蓄 $\{s_t\}_{t=-1}^\infty$ 、1 人当たり人的資本 $\{h_t\}_{t=0}^\infty$ 、総物的資本と総人的資本 $\{K_t, H_t\}_{t=0}^\infty$ 、要素価格 $\{R_t, w_t\}_{t=0}^\infty$ の組である。

1. c_0^0 は s_{-1} 、 R_0 、 b_0 を所与としたときの -1 世代の効用最大化問題の解である。また、 c_t^t 、 c_{t+1}^t 、 s_t は h_t 、 R_t 、 w_t 、 τ_{et} 、 τ_{bt} 、 b_{t+1} を所与としたときの t 世代の効用最大化問題の解である。
2. K_t 、 H_t は R_t 、 w_t を所与としたときの企業の利潤最大化問題の解である。
3. 政府の予算制約式が満たされる。
4. 人的資本は人的資本生産関数に従って蓄積される。
5. 物的資本市場と人的資本市場が清算する。

2.2 政治経済均衡

教育税率 τ_{et} と年金税率 τ_{bt} は毎期の投票過程によって決定される。若年期は教育を受ける期間であり、中年世代と老年世代のみが投票権を持つものとする。本論文では確率的投票過程を想定する (Lindbeck and Weibull; 1987)。確率的投票過程では、投票者 (中年世代と老年世代) の厚生加重和 (社会厚生関数) が最大化されるように政策が決定される。

まず、中年世代の厚生を導出する。(4)、(11)、(12)、(14)、(18) より、 t 期における中年世代の中年期消費は次のように表される (補論を参照)。

$$c_t^t = \frac{1 + \frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}}{1 + \beta + \frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}} (1 - \tau_{et} - \tau_{bt}) w(z_t) h_t \quad (21)$$

教育税率 τ_{et} が上昇すると中年期の可処分所得が減少するため、中年世代の中年期消費は τ_{et} に関して減少である。また、 z_{t+1} が τ_{et} に関して減少だから、貯蓄の粗収益率 $R(z_{t+1}) = \alpha z_{t+1}^{\alpha-1}$ は τ_{et} に関して増加である。(5)、(20)、(21) より、中年世代の厚生 V_t^m は次のように表される。

$$\begin{aligned} V_t^m &= \log c_t^t + \beta \log \beta R(z_{t+1}) c_t^t \\ &= (1 + \beta) \log c_t^t + \beta \log \beta R(z_{t+1}) \\ &= C^m + [1 + \beta - \beta(1 - \alpha)(1 - \theta)] \log w(z_t) + (1 + \beta) h_t \\ &\quad + (1 + \alpha\beta) \log(1 - \tau_{et} - \tau_{bt}) + \beta\theta(1 - \alpha) \log \tau_{et} \\ &\quad + (1 + \beta) \log \left(1 + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \tau_{bt+1} \right) - (1 + \alpha\beta) \log \left(1 + \beta + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \tau_{bt+1} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

ただし、 C^m は定数である。中年世代の厚生を τ_{et} に関して偏微分すると、

$$\frac{\partial V_t^m}{\partial \tau_{et}} = -\frac{1 + \alpha\beta}{1 - \tau_{et} - \tau_{bt}} + \frac{\beta\theta(1 - \alpha)}{\tau_{et}}$$

となる。教育税率 τ_{et} が上昇すると中年世代の可処分所得が減少するが、それと同時に $t + 1$ 期の物的資本・人的資本比率低下を通じて貯蓄の粗収益率が上昇する。また、中年世代の厚生を τ_{bt} に関して偏微分すると、

$$\frac{\partial V_t^m}{\partial \tau_{bt}} = -\frac{1 + \alpha\beta}{1 - \tau_{et} - \tau_{bt}} < 0$$

となる。すなわち、年金税率 τ_{bt} が上昇すると中年世代の厚生は低下する。

次に、老年世代の厚生を導出する。(3)、(11)、(12)、(14)、(16)、(17) より、 t 期における老年世代の老年期消費は次のように表される (補論を参照)。

$$c_t^{t-1} = (1 + n) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \left(1 + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \tau_{bt} \right) w(z_t) h_t \quad (23)$$

年金税率 τ_{bt} が上昇すると老年世代への年金給付が増加し、老年世代の老年期消費が増加する。しかし、老年世代の老年期消費は教育税率 τ_{et} からは独立である。(23) より、老年世代の厚生 V_t^o は次のように表される。

$$\begin{aligned} V_t^o &= \log c_t^{t-1} \\ &= C^o + \log w(z_t) + \log h_t + \log \left(1 + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \tau_{bt} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

ただし、 C^o は定数である。老年世代の厚生は教育税率 τ_{et} からは独立であるが、年金税率 τ_{bt} に関しては増加である。

(22) と (24) より、社会厚生 Ω_t を次のように定義する。

$$\begin{aligned}
 \Omega_t &\equiv (1+n)V^m + V^o \\
 &= C + \{(1+n)[1 + \beta - \beta(1-\alpha)(1-\theta) + 1]\} \log w(z_t) + [(1+n)(1+\beta) + 1] \log h_t \\
 &\quad + (1+n)(1+\alpha\beta) \log(1 - \tau_{et} - \tau_{bt}) + \beta\theta(1+n)(1-\alpha) \log \tau_{et} + \log \left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \tau_{bt}\right) \\
 &\quad + (1+n)(1+\beta) \log \left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \tau_{bt+1}\right) - (1+n)(1+\alpha\beta) \log \left(1 + \beta + \frac{1-\alpha}{\alpha} \tau_{bt+1}\right)
 \end{aligned} \tag{25}$$

ただし、 C は定数である。ここで、政策 τ_{et} 、 τ_{bt} に関する制約条件を定めておく。まず、教育税率は非負である必要がある。また、中年世代の中年期消費と老年世代の老年期消費がともに非負の値になるためには、 $\tau_{et} + \tau_{bt} \leq 1$ と $\tau_{bt} \geq -\alpha/(1-\alpha)$ が満たされていなければならない。政策に関する制約集合を T で表す。

$$T \equiv \left\{ (\tau_{et}, \tau_{bt}) : \tau_{et} \geq 0, \tau_{bt} \geq -\frac{\alpha}{1-\alpha}, \tau_{et} + \tau_{bt} \leq 1 \right\}$$

定義 2 任意の $t \geq 0$ 期において、

$$\begin{aligned}
 (\tau_e, \tau_b) &= \arg \max_{(\tau_e, \tau_b) \in T} \Omega_t \\
 &\text{subject to } \tau_{bt+1} = \tau_b
 \end{aligned}$$

を満たす政策 $\{\tau_{et}, \tau_{bt}\}_{t=0}^{\infty}$ を定常政治経済均衡という。

$\tau_{bt+1} = \tau_b$ とすると、社会厚生最大化問題の1階条件は次のように表される。

$$\frac{\partial \Omega_t}{\partial \tau_{et}} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{(1+n)(1+\alpha\beta)}{1 - \tau_{et} - \tau_{bt}}}_{MC_e} = \underbrace{\frac{\beta\theta(1+n)(1-\alpha)}{\tau_{et}}}_{MB_e} \tag{26}$$

$$\frac{\partial \Omega_t}{\partial \tau_{bt}} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{(1+n)(1+\alpha\beta)}{1 - \tau_{et} - \tau_{bt}}}_{MC_b} = \underbrace{\frac{\frac{1-\alpha}{\alpha}}{1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \tau_{bt}}}_{MB_b} \tag{27}$$

(26) の左辺は教育税率 τ_{et} を上昇させることの限界費用を表している。これは、 τ_{et} が上昇すると中年世代の税負担が増加し、中年世代の中年期消費が減少することに起因する。一方、(26) の右辺は τ_{et} を上昇させることの限界便益を表している。これは、 τ_{et} が上昇すると $t+1$ 期の物的資本・人的資本比率が低下し、中年世代の貯蓄粗収益率が上昇することに起因する。なお、Gradstein and Kaganovich (2004) や Boldrin (2005) においてもこのような限界便益が発生する。また、(27) の左辺は年金税率 τ_{bt} が上昇することの限界費用を表している。これは、 τ_{bt} が上昇すると中年世代の税負担が増加し、中年世代の中年期消費が減少することに起因する。一方、(27) の右辺は τ_{bt} を上昇させることの限界便益を表している。これは、 τ_{bt} が上昇すると老年世代が受け取る年金給付が増加することに起因する。(26) と (27) から成る連立方程式を τ_{et} と τ_{bt} について解くことで、政治経

経済均衡における教育税率と年金税率がそれぞれ次のように求められる。

$$\tau_{et} = \frac{\beta\theta(1+n)}{\chi} \equiv \tau_e \quad (28)$$

$$\tau_{bt} = \frac{1 - \frac{\alpha}{1-\alpha}(1+n)[1 + \alpha\beta + \beta\theta(1-\alpha)]}{\chi} \equiv \tau_b \quad (29)$$

ただし、 $\chi \equiv 1 + (1+n)[1 + \alpha\beta + \beta\theta(1-\alpha)]$ であり、 χ は人口成長率 n に関して増加である。社会厚生 Ω_t は τ_{et} と τ_{bt} に関して厳密な凹関数であり、また、簡単な計算より $(\tau_e, \tau_b) \in T$ であることが示されるため、 $\{\tau_{et}, \tau_{bt}\}_{t=0}^{\infty} = \{\tau_e, \tau_b\}_{t=0}^{\infty}$ は定常政治経済均衡である。

(29) より、

$$\phi \equiv \frac{1 - \alpha}{\alpha[1 + \alpha\beta + \beta\theta(1-\alpha)]} - 1$$

とすると、 $n < \phi$ が満たされる状況では $\tau_b > 0$ であるが、 $n > \phi$ が満たされる状況では $\tau_e < 0$ となる。直観的な解釈は次のようなものである。まず、社会厚生 Ω_t において、老年世代に対する中年世代の厚生相対的なウェイトは $1+n$ であり、人口成長率 n が高いときほど投票過程において中年世代の厚生がより強く反映される。また、老年世代の厚生 V_t^o は τ_{bt} に関して増加であるが、中年世代の厚生 V_t^m は τ_{bt} に関して減少である。 $n < \psi$ が満たされる状況では中年世代の相対的なウェイトが小さいため、中年世代から老年世代への所得移転が実現される。一方、 $n > \phi$ が満たされる状況では中年世代の相対的なウェイトが大きいため、老年世代から中年世代への所得移転が実現される。

命題 1 政治経済均衡における教育税率 τ_e と年金税率 τ_b はそれぞれ (28) と (29) で与えられる。 $n < \phi$ の状況では中年世代から老年世代への所得移転が実現し ($\tau_b > 0$)、 $n > \phi$ の状況では老年世代から中年世代への所得移転が実現する ($\tau_b < 0$)。

政治経済均衡上の政策 τ_e と τ_b の人口成長率 n に関する比較静学を行う。(28) と (29) より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_e}{\partial n} &= \frac{\beta\theta}{\chi^2} > 0 \\ \frac{\partial \tau_b}{\partial n} &= -\frac{1 + \alpha\beta + \beta\theta(1-\alpha)}{(1-\alpha)\chi^2} < 0 \\ \frac{\partial(\tau_e + \tau_b)}{\partial n} &= \frac{\partial \tau_e}{\partial n} + \frac{\partial \tau_b}{\partial n} = -\frac{1 + \alpha\beta}{(1-\alpha)\chi^2} < 0 \end{aligned}$$

を得る。すなわち、人口成長率 n が上昇すると教育税率 τ_e は上昇する一方で、年金税率 τ_b は低下する。また、人口成長率上昇による τ_b の低下効果が τ_e の上昇効果を上回るため、教育税率と年金税率の和 $\tau_e + \tau_b$ は n に関して減少である。

命題 2 政治経済均衡における教育税率 τ_e と年金税率 τ_b は以下の性質を持っている。

- 人口成長率 n が上昇すると、教育税率は上昇するが ($\partial \tau_e / \partial n > 0$)、年金税率は低下する

$(\partial\tau_b/\partial n < 0)$ 。

● n が上昇すると教育税率と年金税率の和は低下する $(\partial(\tau_e + \tau_b)/\partial n < 0)$ 。

命題2の直観的な解釈は次のようなものである。まず、(26)と(29)より、政治経済均衡上での教育税率 τ_{et} に関する1階条件は次のように表される。

$$\underbrace{\frac{(1+n)(1+\alpha\beta)}{1-\tau_b-\tau_{et}}}_{MC_e} = \underbrace{\frac{\beta\theta(1+n)(1-\alpha)}{\tau_{et}}}_{MB_e}, \quad \tau_b = \frac{1-\frac{\alpha}{1-\alpha}(1+n)[1+\alpha\beta+\beta\theta(1-\alpha)]}{\chi} \quad (30)$$

人口成長率の上昇は若年世代の厚生ウェイトの上昇を意味し、この効果により、教育税率を上昇させることの限界便益 MB_e と限界費用 MC_e がともに増加方向に動く。しかし、人口成長率が上昇すると、政治経済均衡上では年金税率が低下し、この効果により、限界費用 MC_e は減少方向に動く。したがって、本論文において人口成長率が上昇すると、限界費用 MC_e に比べて限界便益 MB_e のほうがより弾力的に増加するから、教育税率 τ_e は n に関して増加となる。

次に、(27)と(28)より、政治経済均衡上での年金税率 τ_{bt} に関する1階条件は次のように表される。

$$\underbrace{\frac{(1+n)(1+\alpha\beta)}{1-\tau_e-\tau_{bt}}}_{MC_b} = \underbrace{\frac{\frac{1-\alpha}{\alpha}}{1+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt}}}_{MB_b}, \quad \tau_e = \frac{\beta\theta(1+n)}{\chi} \quad (31)$$

年金税率を上昇させることの限界便益 MB_b は人口成長率から独立である。一方、人口成長率が上昇すると若年世代の厚生ウェイトが上昇すると同時に政治経済均衡上での教育税率が上昇するため、年金税率を上昇させることの限界費用 MC_b は人口成長率に関して増加である。したがって、年金税率 τ_b は n に関して減少となる。

2.3 動学

政治経済均衡における物的資本及び人的資本の動学を分析する。まず、(28)、(29)より、

$$1-\tau_e-\tau_b = \frac{(1+n)(1+\alpha\beta)}{(1-\alpha)\chi}, \quad 1+\beta+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_b = \frac{1+\alpha\beta\chi}{\alpha\chi}$$

を得るから、1人当たり物的資本の遷移式が次のように求められる。

$$k_{t+1} = \frac{\beta(1-\tau_e-\tau_b)w(z_t)h_t}{(1+n)(1+\beta+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_b)} = \frac{\alpha\beta(1+\alpha\beta)}{(1-\alpha)(1+\alpha\beta\chi)}w(z_t)h_t \quad (32)$$

(32)から明らかのように、1人当たり物的資本 k_{t+1} は人口成長率 n に関して減少である。直観的な解釈は次のようなものである。まず、教育税率 τ_e と年金税率 τ_b を所与とすると、人口成長率の上昇は1人当たり物的資本を低下させる。また、人口成長率が上昇すると教育税率と年金税率の和 $\tau_e + \tau_b$ が低下するため、中年世代の税負担が軽減されることを通じて私的貯蓄が増加し、物的資本蓄積が促進される。さらに、人口成長率が上昇すると年金税率 τ_b が低下するため、年金給付水準が

引き下げられることを通じて私的貯蓄が増加し、物的資本蓄積が促進される。本論文においては1つ目の効果が2つ目と3つ目の効果の合計を上回っているため、人口成長率が上昇すると次期の1人当たり物的資本が低下する。

(19) と (28) より、1人当たり人的資本の遷移式は次のように求められる。

$$h_{t+1} = \frac{1}{(1+n)^\theta} \tau_e^\theta w(z_t)^\theta h_t = \left[\frac{\beta \theta w(z_t)}{\chi} \right]^\theta h_t \quad (33)$$

h_{t+1} は χ に関して減少であり、また χ は n に関して増加であることから、次期の1人当たり人的資本 h_{t+1} は n に関して減少である。直観的な解釈は次のようなものである。まず、教育税率 τ_e を所与とすると、人口成長率の上昇は次期の1人当たり人的資本を減少させる。しかし、人口成長率が上昇すると教育税率 τ_e が上昇し、公的教育の拡充によって人的資本蓄積が促進される。本論文においては1つ目の効果が2つ目の効果を上回っているため、人口成長率が上昇すると次期の1人当たり人的資本が減少する。

(32) と (33) より、物的資本・人的資本比率 z_t の遷移式が次のように導出される。

$$z_{t+1} = \frac{\alpha \beta^{1-\theta} (1 + \alpha \beta)}{(1 - \alpha)^\theta \theta^\theta} \frac{\chi^\theta}{1 + \alpha \beta \chi} z_t^{\alpha(1-\theta)} \quad (34)$$

(34) の z_{t+1} を n に関して偏微分すると、

$$\frac{\partial z_{t+1}}{\partial n} = z_{t+1} [1 + \alpha \beta + \beta \theta (1 - \alpha)] \frac{\theta - (1 - \theta) \alpha \beta \chi}{\chi (1 + \alpha \beta \chi)} \quad (35)$$

を得る。ここで、

$$\psi \equiv \frac{\theta - (1 - \theta) \alpha \beta}{(1 - \theta) \alpha \beta [1 + \alpha \beta + \beta \theta (1 - \alpha)]} - 1$$

によって ψ を定めると、 $n < \psi$ が満たされる状況では z_{t+1} が n に関して増加となり、逆に $n > \psi$ が満たされる状況では z_{t+1} が n に関して減少となる。上述のように、人口成長率 n が上昇すると次期の1人当たり物的資本 k_{t+1} と次期の1人当たり人的資本 h_{t+1} の双方が減少する。 $n < \psi$ が満たされる状況では、 h_{t+1} の減少効果が k_{t+1} の減少効果を上回り、人口成長率の上昇が次期の物的資本・人的資本比率 z_{t+1} の上昇を引き起こす。一方、 $n > \psi$ が満たされる状況では、 k_{t+1} の減少効果が h_{t+1} の減少効果を上回り、人口成長率の上昇が z_{t+1} の低下を引き起こす。

z_t の遷移式の形状から明らかなように、 $\{z_t\}$ には大域的に安定な定常状態 z^* が一意に存在する。(34) より、 z^* は次のように求められる。

$$z^* = \left[\frac{\alpha \beta^{1-\theta} (1 + \alpha \beta)}{(1 - \alpha)^\theta \theta^\theta} \frac{\chi^\theta}{1 + \alpha \beta \chi} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha(1 - \theta)}} \quad (36)$$

$n < \psi$ が成り立つ状況では z^* が n に関して増加であり、 $n > \psi$ が成り立つ状況では z^* が n に関して減少である。物的資本・人的資本比率 z_t が z^* に到達した後は、1人当たり物的資本 k_t と1人当たり人的資本 h_t が同率で成長する。また、(労働人口) 1人当たり産出量を $y_t \equiv Y_t/N_t$ とする

と、最終財生産関数 (10) は $y_t = z_t^\alpha h_t$ と書き換えられる。したがって、 z_t が z^* に到達した後は $y_t = (z^*)^\alpha h_t$ が成り立ち、1人当たり産出量 y_t も1人当たり人的資本 h_t と同率で成長する (斉一成長経路)。

斉一成長経路上における h_t (及び k_t , y_t) の成長率 γ は次のように表される。

$$\gamma \equiv \frac{h_{t+1}}{h_t} = \left[\frac{\tau_e w(z^*)}{1+n} \right]^\theta = \left[\frac{(1-\alpha)^{1-\alpha} \alpha^\alpha \beta \theta^{1-\alpha} (1+\alpha\beta)^\alpha}{\chi^{1-\alpha} (1+\alpha\beta\chi)^\alpha} \right]^{\frac{\theta}{1-\alpha(1-\theta)}} \quad (37)$$

γ は χ に関して減少であり、また χ は n に関して増加であることから、成長率 γ は n に関して減少である。直観的な解釈は次のようなものである。まず、教育税率 τ_e と定常物的資本・人的資本比率 z^* を所与とすると、人口成長率の上昇は成長率を低下させる。また、人口成長率の上昇は教育税率 τ_e を上昇させるため、人的資本蓄積が促進される。さらに、人口成長率は z^* にも影響を及ぼす。これらの効果を全て考慮に入れると、本論文においては、人口成長率 n の上昇が成長率 γ を低下させることを確認できる。

命題 3 政治経済均衡での斉一成長経路上においては、経済成長率 γ が (37) で与えられる。経済成長率 γ は人口成長率に関して減少である。

3. 結論

本論文では物的資本蓄積と人的資本蓄積を伴う世代重複モデルにおいて賦課方式による年金制度の規模と公的教育制度の規模が確率的投票過程で決定される状況を想定し、人口成長率の変化が政治経済均衡上での政策規模や経済成長パターンに及ぼす影響を詳細に分析した。本論で得られた結果は以下のとおりである。まず、人口成長率が上昇すると年金制度は拡充される一方で、公的教育制度は縮小される。また、人口成長率が上昇すると1人当たりの物的資本蓄積と1人当たりの人的資本蓄積がともに阻害され、その結果、斉一成長経路上での経済成長率が低下する。このことは、少子高齢化の進行は年金制度の縮小と公的教育制度の拡大を引き起こし、経済成長率を引き上げることを示唆している。

最後に今後の研究課題を述べる。本論文では世代間所得移転機能に焦点を当てるために世代内で同質的な個人を想定したが、現実の年金制度や公的教育制度では世代間だけでなく世代内においても所得再分配が行われている。世代内での個人の異質性を考慮し、世代間及び世代内での所得移転機能を持つ年金制度及び公的教育制度が政治過程を通じて決定される状況を想定し、政治過程を通じて決定される政策と経済成長過程及び所得格差の推移の相互依存関係を分析することが重要である。

A 補論

(18) の導出

(6)、(11)、(12)、(14) より、

$$\begin{aligned}
 s_t &= \frac{1}{1+\beta} \left[\beta(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t - \frac{(1+n)\tau_{bt+1}w(z_{t+1})h_{t+1}}{R(z_{t+1})} \right] \\
 &= \frac{1}{1+\beta} \left[\beta(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t - (1+n)\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}z_{t+1}h_{t+1} \right] \\
 &= \frac{1}{1+\beta} \left[\beta(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t - (1+n)\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}k_{t+1} \right]
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

となる。(16) と (A.1) より、(18) が次のように導出される。

$$\begin{aligned}
 K_{t+1} &= N_t s_t \\
 \Leftrightarrow k_{t+1} &= \frac{1}{1+n} s_t \\
 \Leftrightarrow k_{t+1} &= \frac{1}{1+n} \frac{1}{1+\beta} \left[\beta(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t - (1+n)\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}k_{t+1} \right] \\
 \Leftrightarrow k_{t+1} &= \frac{\beta(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t}{(1+n)(1+\beta+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1})}
 \end{aligned}$$

(21) の導出

(4)、(11)、(12)、(14)、(18) より、(21) が次のように導出される。

$$\begin{aligned}
 c_t^c &= \frac{1}{1+\beta} \left[(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t + \frac{(1+n)\tau_{bt+1}w(z_{t+1})h_{t+1}}{R(z_{t+1})} \right] \\
 &= \frac{1}{1+\beta} \left[(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t + (1+n)\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}z_{t+1}h_{t+1} \right] \\
 &= \frac{1}{1+\beta} \left[(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t + (1+n)\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}k_{t+1} \right] \\
 &= \frac{1}{1+\beta} \left[(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t + (1+n)\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1} \frac{\beta(1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t}{(1+n)(1+\beta+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1})} \right] \\
 &= \frac{1+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}}{1+\beta+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt+1}} (1-\tau_{et}-\tau_{bt})w(z_t)h_t
 \end{aligned}$$

(23) の導出

(11)、(12)、(14)、(16) より、

$$R(z_t) = \frac{\alpha}{1-\alpha}w(z_t)\frac{H_t}{K_t}, \quad s_{t-1} = \frac{K_t}{N_{t-1}} = (1+n)\frac{K_t}{N_t}, \quad b_t = (1+n)\tau_{bt}w(z_t)h_t$$

である。また、(5) より、(23) が次のように導出される。

$$\begin{aligned}
 c_t^{t-1} &= R(z_t)s_{t-1} + b_t \\
 &= \frac{\alpha}{1-\alpha}w(z_t)\frac{H_t}{K_t}(1+n)\frac{K_t}{N_t} + (1+n)\tau_{bt}w(z_t)h_t \\
 &= (1+n)\frac{\alpha}{1-\alpha}w(z_t)h_t + (1+n)\tau_{bt}w(z_t)h_t \\
 &= (1+n)\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_{bt}\right)w(z_t)h_t
 \end{aligned}$$

参考文献

- [1] Boldrin, M., 2005. Public education and capital accumulation. *Research in Economics* 59, 85–109.
- [2] Boldrin, M., Rustichini, A., 2000. Political equilibria with social security. *Review of Economic Dynamics* 3, 41–78.
- [3] Cooley, T., Soares, J., 1999. A positive theory of social security based on reputation. *Journal of Political Economy* 107, 135–160.
- [4] Forni, L., 2005. Social security as Markov equilibrium in OLG models. *Review of Economic Dynamics* 8, 178–194.
- [5] Glomm, G., Kaganovich, M., 2003. Distributional effects of public education in an economy with public pensions. *International Economic Review* 44, 917–937.
- [6] Glomm, G., Kaganovich, M., 2008. Social security, public education and the growth-inequality relationship. *European Economic Review* 52, 1009–1034.
- [7] Glomm, G., Ravikumar, B., 1992. Public versus private investment in human capital: Endogenous growth and income inequality. *Journal of Political Economy* 100, 818–834.
- [8] Gradstein, M., Kaganovich, M., 2004. Aging population and education finance. *Journal of Public Economics* 88, 2469–2485.
- [9] Kaganovich, M., Meier, V., 2012. Social Security Systems, Human Capital, and Growth in a small open economy. *Journal of Public Economic Theory* 14, 573–600.
- [10] Kaganovich, M., Zilcha, I., 1999. Education, social security, and growth. *Journal of Public Economics* 71, 289–309.
- [11] Kaganovich, M., Zilcha, I., 2012. Pay-as-you-go or funded social security? A general equilibrium comparison. *Journal of Economic Dynamics and Control* 36, 455–467.
- [12] Kemnitz, A., 2000. Social security, public education, and growth in representative democracy. *Journal of Population Economics* 13, 443–462.
- [13] Lindbeck, A. J., Weibull, W., 1987. Balanced-budget redistribution as a the outcome of political competition. *Public Choice* 52, 273–297.