〈論文〉

# 内生成長経済における年金制度の政治経済学的分析

内　藤　克　幸*

## A Politico-economic Analysis on Social Security in an Endogenous Growth Economy

Katsuyuki Naito

Abstract

We consider an overlapping generations economy where the government implements pay-as-you-go social security. The size of policies is determined through political process. It is shown that there exists a Markov perfect politico-economic equilibrium where the size of policies is represented as linear functions of physical capital, and we investigate the effects of population aging on the pattern of economic growth and on the welfare of each generation.

## 1．はじめに

多くの先進諸国では賦課方式による年金制度が実施されている。賦課方式の下では、若年世代が支払う年金保険料 (年金税) を財源として老年世代に年金が支給されるが、若年世代によって納められる年金保険料が資本市場に流入することはない。したがって、賦課方式による年金制度は物的資本蓄積を阻害し、経済成長を停滞させると考えられている。また、賦課方式による年金制度の下では若年世代から老年世代への所得移転が行われ、年金給付水準に関する世代間での利害対立が発生する。このような世代間での利害対立は投票などの政治過程を通じて調整されると考えられるため、政治過程を通じた年金制度の規模の決定メカニズムを明らかにすることが重要となる。年金制度の規模が投票などの政治過程を通じて決定される状況を理論的に分析した研究は多く存在する。例えば、Cooley and Soares (1999) や Boldrin and Rustichini (2000) は多数決制によって年金制度の規模が決定される状況を想定し、各世代の個人が投票戦略としてトリガー戦略を採用することで年金制度が実現され得ることを示している。また、Grossman and Helpman (1998)、Forni (2005), Gonzalez-Eiras and Niepelt (2008) は Markov 完全均衡に注目することで年金制度の性質を分析している。しかし、これらの研究では新古典派生産技術あるいは線形の生産技術が想定されており、政治過程を通じて決定される年金制度と経済成長率の相互依存関係には焦点が当てられ

＊亜細亜大学経済学部講師

ていない。上述の研究に対して、Ono (2017) は内生成長経済モデルを想定し、保険市場が完全なケースにおける Markov 完全均衡上での経済成長率や各世代の経済厚生と保険市場が不完全なケースにおける Markov 完全均衡上での経済成長率や各世代の経済厚生を詳細に比較検討している。本論文では Ono (2017) と同様に内生成長経済において年金制度が政治的に決定される状況を想定する。しかし、本論文では人口成長率の変化が均衡上での経済成長率や各世代の経済厚生に及ぼす影響に重点を置いて分析を行う。

本論文では 2 期間生きる個人から成る簡単な世代重複モデルを想定する。個人は世代内では同質的であり、価格と政策水準を所与して消費や貯蓄を選択する。企業の生産技術は Romer (1986) 型の生産関数で表され、企業は価格と平均資本を所与として生産要素投入量を選択する。政府は若年世代に対して年金保険料 (年金税) を課し、その財源を基にして老年世代に対する年金給付を行う。政策水準は確率的投票過程を通じて決定される。確率的投票過程の下では、投票者の厚生の加重和が最大化されるように政策水準が決定される。本論文では政治経済均衡として、Markov 完全均衡に注目する。Markov 完全均衡では、政策規模が pay-off relevant な状態変数 (本論文では 1 人当たり資本) のみの関数として表される。本論文で得られた結果は以下のとおりである。まず、税水準や年金給付水準がそれぞれ 1 人当たり資本の線形増加関数として表されるような単純な Markov 完全均衡が存在する。本論文における Markov 完全均衡上では、人口成長率が上昇すると税水準は低下するが、年金給付水準がどのように変化するかは不確定である。また、人口成長率が上昇すると経済成長率が低下する。人口成長率の変化が各世代の厚生水準に及ぼす影響は若干複雑である。まず、人口成長率が低い状態から追加的に人口成長率が上昇すると、初期時点での世代及び近い将来の世代の厚生は上昇する一方で、遠い将来の世代の厚生は低下する。また、人口成長率が高い状態から追加的に人口成長率が上昇すると、初期時点での老年世代の厚生は上昇する一方で、初期時点での若年世代及び将来の全ての世代の厚生は低下する。

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 節ではモデルの基本構造を述べるとともに競争均衡を導出する。第 3 節では政治経済均衡を導出し、その均衡上での政策の性質を分析する。第 4 節では政治経済均衡上での資本動学を導出し、経済成長率の性質を分析する。第 5 節では、人口成長率の変化が政治経済均衡上での各世代の厚生に及ぼす影響を分析する。

## 2．競争均衡

2 期間 (若年期と老年期) 生きる個人から成る世代重複モデルを考える。経済は 0 期から始まり、無限期間続く。$t \geq 0$ 期に生まれる世代を $t$ 世代と呼ぶ。また、0 期に老年期を迎える世代を $-1$ 世代と呼ぶ。個人は世代内で全て同質的であり、人口成長率は毎期 $n > -1$ で一定である。

$$N_t = (1+n)N_{t-1}$$

ただし、$N_t$ は $t$ 期に生まれる世代の人口である。

$t \geq 0$ 世代の個人は若年期と老年期の消費から効用を得て、効用関数は次のように表される。

$$u^t(c_t^y, c_{t+1}^o) = \log c_t^y + \beta \log c_{t+1}^o, \quad \beta \in (0,1) \tag{1}$$

ただし、$c_t^y$ と $c_{t+1}^o$ はそれぞれ若年期消費と老年期消費であり、$\beta$ は割引因子である。個人は自らの消費のみに関心があり、子への利他心は持たない。$t \geq 0$ 世代の個人は若年期において労働を非弾力的に 1 単位供給し、可処分所得を消費と貯蓄に割り振る。また、個人は老年期において引退し、貯蓄収益と年金給付を消費する。個人の若年期と老年期における予算制約はそれぞれ次のように表される。

$$c_t^y + s_t = w_t - \tau_t \tag{2}$$

$$c_{t+1}^o = R_{t+1} s_t + b_{t+1} \tag{3}$$

ただし、$s_t$ は貯蓄、$R_{t+1}$ は粗利子率、$w_t$ は賃金、$\tau_t$ は一括税、$b_{t+1}$ は年金給付である。個人は $R_{t+1}$、$w_t$、$\tau_t$、$b_{t+1}$ を所与として、効用を最大化するように $c_t^y$、$c_{t+1}^o$、$s_t$ を選択する。効用最大化問題の解は次のように表される。

$$c_t^y = \frac{1}{1+\beta}\left(w_t - \tau_t + \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}}\right) \tag{4}$$

$$c_{t+1}^o = \beta R_{t+1} c_t^y \tag{5}$$

$$s_t = \frac{1}{1+\beta}\left[\beta(w_t - \tau_t) - \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}}\right] \tag{6}$$

$-1$ 世代の個人は老年期の消費のみから効用を得て、効用関数は次のように表される。

$$u^{-1}(c_0^o) = \log c_0^o \tag{7}$$

$-1$ 世代の個人の老年期の予算制約は次のように表される。

$$c_0^o = R_0 s_{-1} + b_0 \tag{8}$$

企業は資本と労働を投入することで最終財を生産し、その生産技術は Romer (1986) 型生産関数で表される。

$$Y_t = A K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \bar{k}_t^{1-\alpha}, \quad A > 0, \quad \alpha \in (0,1) \tag{9}$$

ただし、$Y_t$ は産出量、$K_t$ と $L_t$ はそれぞれ資本投入量と労働投入量、$\bar{k}_t$ は労働者 1 人当たりの平均資本である。市場は全て完全競争的であるものとする。また、資本は 1 期間内に完全に減耗する。企業は $R_t$、$w_t$、$\bar{k}_t$ を所与として、利潤を最大化するように $K_t$ と $L_t$ を選択する。利潤最大化条件は次のように表される。

$$R_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \alpha A k_t^{\alpha-1} \bar{k}_t^{1-\alpha}$$

$$w_t = \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = (1-\alpha)Ak_t^{\alpha}\bar{k}_t^{1-\alpha}$$

ただし、$k_t \equiv K_t/L_t$ は労働者 1 人当たり資本である。均衡では $k_t = \bar{k}_t$ が成り立つから、粗利子率と賃金は次のように表される。

$$R_t = \alpha Ak_t^{\alpha-1}k_t^{1-\alpha} = \alpha A \tag{10}$$

$$w_t = (1-\alpha)Ak_t^{\alpha}k_t^{1-\alpha} = (1-\alpha)Ak_t \tag{11}$$

政府は若年世代に対して一括税を課し、その税収を財源として老年世代に対して年金給付を行う。本論文では世代内で同質的な個人を想定しているため、政策が世代内で再分配効果を持つことはない。また、個人は労働を非弾力的に供給するため、労働所得課税が労働供給行動をゆがめることもない。以上のことから、本論文では年金財源として一括税を想定する。均衡財政を仮定すると、政府の予算制約は次のように表される。

$$N_t\tau_t = N_{t-1}b_t \quad \Leftrightarrow \quad b_t = (1+n)\tau_t \tag{12}$$

本論文では年金給付の値が負になる状況も許容する。このような状況では老年世代から若年世代への所得移転が発生する。また、資本市場と労働市場の清算条件はそれぞれ次のように表される。

$$K_{t+1} = N_t s_t \quad \Leftrightarrow \quad k_t = \frac{1}{1+n}s_t \tag{13}$$

$$N_t = L_t \tag{14}$$

**定義 1** 初期資本 $K_0$ を所与とする。競争均衡は以下の条件を満たす消費 $c_0^o$、$\{c_t^y, c_{t+1}^o\}_{t=0}^{\infty}$、貯蓄 $\{s_t\}_{t=0}^{\infty}$、生産要素投入量 $\{K_t, L_t\}_{t=1}^{\infty}$、生産要素価格 $\{R_t, w_t\}_{t=0}^{\infty}$、政策 $\{\tau_t, b_t\}_{t=0}^{\infty}$ の組である。

1. $R_t$、$w_t$、$\tau_t$、$b_{t+1}$ を所与として、$c_t^y$、$c_{t+1}^o$、$s_t$ は $t \geq 0$ 世代の効用最大化問題の解である。また、$R_0$、$b_0$ を所与として、$c_0^o$ は $-1$ 世代の効用最大化問題の解である。
2. $R_t$、$w_t$、$\bar{k}_t$ を所与として、$K_t$ と $L_t$ は $t \geq 0$ 期における企業の利潤最大化問題の解である。
3. 任意の $t \geq 0$ 期において政府の予算制約が満たされる。
4. 任意の $t \geq 0$ 期において全ての市場が清算する。

## 3．政治経済均衡

一括税水準は毎期の投票過程によって決定される。本論文では若年世代と老年世代がともに投票権を持つ状況での確率的投票過程を想定する。Lindbeck and Weibull (1987) で示されているように、確率的投票過程では投票者 (若年世代と老年世代) の厚生の加重和 (社会厚生) が最大化される

ように政策が決定される。

準備として、若年世代と老年世代の厚生を導出する。(4)、(10)、(11)、(12)、(13) より、若年世代の若年期消費と老年世代の老年期消費はそれぞれ次のように表される。

$$\begin{aligned} c_t^y &= \frac{1}{1+\beta}\left(w_t - \tau_t + \frac{b_{t+1}}{R_{t+1}}\right) \\ &= \frac{1}{1+\beta}\left[(1-\alpha)Ak_t - \tau_t + \frac{1+n}{\alpha A}\tau_{t+1}\right] \\ &\equiv c^y(\tau_t, \tau_{t+1}, k_t) \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} c_t^o &= R_t s_{t-1} + b_t \\ &= \alpha A(1+n)k_t + (1+n)\tau_t \\ &= (1+n)(\alpha A k_t + \tau_t) \\ &\equiv c^o(\tau_t, k_t) \end{aligned} \tag{16}$$

今期の一括税 $\tau_t$ が増加すると若年世代の可処分所得が減少するから、若年世代の若年期消費 $c^y$ は $\tau_t$ に関して減少である ($\partial c^y/\partial \tau_t < 0$)。一方、次期の一括税 $\tau_{t+1}$ が増加すると次期の年金給付が増加するから、$c^y$ は $\tau_{t+1}$ に関して増加である ($\partial c^y/\partial \tau_{t+1} > 0$)。また、今期の一括税 $\tau_t$ が増加すると今期の年金給付が増加するから、老年世代の老年期消費 $c^o$ は $\tau_t$ に関して増加である ($\partial c^o/\partial \tau_t > 0$)。

(5)、(10)、(15) より、若年世代の厚生が次のように表される。

$$\begin{aligned} V^y(\tau_t, \tau_{t+1}, k_t) &= \log c_t^y + \beta \log \beta R_{t+1} c_t^y \\ &= \beta \log \alpha\beta A + (1+\beta)\log c_t^y \\ &= C^y + (1+\beta)\log c^y(\tau_t, \tau_{t+1}, k_t) \end{aligned} \tag{17}$$

ただし、$C^y$ は定数である。また、(16) より、老年世代の厚生が次のように表される。

$$\begin{aligned} V^o(\tau_t, k_t) &= \log c_t^o \\ &= \log c^o(\tau_t, k_t) \end{aligned} \tag{18}$$

(17) と (18) より、社会厚生関数は次のように表される。

$$\begin{aligned} \Omega(\tau_t, \tau_{t+1}, k_t) &= \omega V^o(\tau_t, k_t) + (1-\omega)(1+n)V^y(\tau_t, \tau_{t+1}, k_t) \\ &= C + \omega \log c^o(\tau_t, k_t) + (1-\omega)(1+n)(1+\beta)\log c^y(\tau_t, \tau_{t+1}, k_t) \end{aligned} \tag{19}$$

ただし、$\omega$ は老年世代への厚生ウェイト、$C$ は定数である。

本論文では政治経済均衡として Markov 完全均衡に注目する。Markov 完全均衡では政策規模が payoff-relevant な状態変数のみの関数として表される。今考えている状況では 1 人当たり資本 $k_t$ が唯一の payoff-relevant な状態変数となるから、Markov 完全均衡政策は次のように表される。

$$\tau_t = T(k_t), \quad b_t = B(k_t) \tag{20}$$

この政策ルールの下では、次期の一括税は $\tau_{t+1} = T(k_{t+1})$ で与えられる。(6)、(10)、(11)、(13) より、資本市場の清算条件は次のように書き換えられる。

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n}\frac{1}{1+\beta}\left\{\beta[(1-\alpha)Ak_t - \tau_t] - \frac{1+n}{\alpha A}T(k_{t+1})\right\} \tag{21}$$

(21) より、次期の 1 人当たり資本 $k_{t+1}$ は今期の一括税 $\tau_t$ と今期の 1 人当たり資本 $k_t$ の関数 $k'(\tau_t, k_t)$ として表される。税関数は 1 人当たり資本に関して増加であるとすると、(21) を $\tau_t$ を $\tau_t$ と $k_{t+1}$ に関して全微分することで次式を得る。

$$\frac{\partial k'}{\partial \tau_t}(\tau_t, k_t) = -\frac{\beta}{(1+n)\left[1+\beta+\frac{1}{\alpha A}\frac{dT}{dk_{t+1}}(k_{t+1})\right]} < 0 \tag{22}$$

すなわち、$k_{t+1}$ は $\tau_t$ に関して減少である。

**定義 2** Markov 完全均衡は以下の条件を満たす政策関数の組 $\{T, B\}$ である。

1. $T$ は以下の関数方程式の解である。

$$\begin{aligned} T(k) = \quad & \arg\max_{\tau} \quad \Omega(\tau, \tau', k) \\ & \text{subject to} \quad \tau' = T(k') \\ & \qquad\qquad\quad\; k' = k'(\tau, k) \end{aligned}$$

2. 政府の予算制約より、$B$ は次のように定められる。

$$B(k) = (1+n)T(k)$$

税関数 $T$ は $k$ に関して増加であるとする。関数方程式の 1 階条件は次のとおりである。

$$\frac{\omega}{c^o}\frac{\partial c^o}{\partial \tau} = \frac{(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}{c^y}\left(\frac{\partial c^y}{\partial \tau} + \frac{\partial c^y}{\partial \tau'}\frac{dT}{dk'}\frac{\partial k'}{\partial \tau}\right) \tag{23}$$

1 階条件 (23) の左辺は今期の一括税 $\tau$ を増加させることの限界便益を表している。この限界便益は、今期の一括税が増加すると老年世代の老年期消費が増加するという性質に起因する。また、1 階条件 (23) の右辺は今期の一括税 $\tau$ を増加させることの限界費用を表している。この限界費用は、今期の一括税が増加すると若年世代の若年期消費が減少するという性質に起因する。

本論文では税関数が 1 人当たり資本の線形増加関数として表されるような Markov 完全均衡に焦点を当てる。まず、税関数を $T(k) = \delta k$ と推測する。ただし、$\delta > 0$ は未知の正の係数である。次期の一括税 $\tau' = \delta k'$ を (21) に代入すると、

$$\begin{aligned} & k' = \frac{1}{1+n}\frac{1}{1+\beta}\left\{\beta[(1-\alpha)Ak - \tau] - \frac{1+n}{\alpha A}\delta k'\right\} \\ \Leftrightarrow \quad & k' = \frac{\beta}{(1+n)\left(1+\beta+\frac{\delta}{\alpha A}\right)}[(1-\alpha)Ak - \tau] \end{aligned} \tag{24}$$

となる。ここで、

$$(1-\alpha)Ak-\tau+\frac{1+n}{\alpha A}\tau' = \frac{(1+\beta)\left(1+\frac{\delta}{\alpha A}\right)}{1+\beta+\frac{\delta}{\alpha A}}[(1-\alpha)Ak-\tau]$$

となることに注意すると、社会厚生は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}\Omega &= \omega V^o(\tau,k)+(1-\omega)(1+n)V^y(\tau,\tau',k)\\ &= \bar{C}+\omega\log(\alpha Ak+\tau)+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)\log\left[(1-\alpha)Ak-\tau+\frac{1+n}{\alpha A}\tau'\right]\\ &= \hat{C}+\omega\log(\alpha Ak+\tau)+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)\log[(1-\alpha)Ak-\tau]\end{aligned} \tag{25}$$

ただし、$\bar{C}$ と $\hat{C}$ はそれぞれ定数である。関数方程式の 1 階条件は次のように表される。

$$\frac{\omega}{\alpha Ak+\tau} = \frac{(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}{(1-\alpha)Ak-\tau} \tag{26}$$

1 階条件の左辺は $\tau$ を増加させることの限界便益であり、右辺は $\tau$ を増加させることの限界費用である。この 1 階条件を $\tau$ について解くと、

$$\tau = \frac{\omega(1-\alpha)-(1-\omega)(1+n)(1+\beta)\alpha}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}Ak \equiv T(k) \tag{27}$$

となる。ここで、

$$\delta = \frac{\omega(1-\alpha)-(1-\omega)(1+n)(1+\beta)\alpha}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}A$$

とすれば、当初の推測が正しいことになる。政府の予算制約より、年金給付関数は次のように与えられる。

$$b = B(k) = (1+n)T(k) = \frac{(1+n)[\omega(1-\alpha)-(1-\omega)(1+n)(1+\beta)\alpha]}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}Ak \tag{28}$$

また、

$$(1-\alpha)Ak-T(k) = \frac{(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}Ak$$

$$1+\beta+\frac{\delta}{\alpha A} = \frac{1}{\alpha}\frac{\omega(1+\alpha\beta)+\alpha\beta(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}$$

であることに注意すると、(24) より、資本の遷移式が次のように求められる。

$$\begin{aligned}k' &= \frac{\beta}{(1+n)\left(1+\beta+\frac{\delta}{\alpha A}\right)}[(1-\alpha)Ak-T(k)]\\ &= \frac{\alpha\beta(1-\omega)(1+\beta)}{\omega(1+\alpha\beta)+\alpha\beta(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}Ak\end{aligned} \tag{29}$$

さらに、

$$\begin{aligned}c^y &= \frac{1}{1+\beta}\left[(1-\alpha)Ak-T(k)+\frac{1}{\alpha A}B(k')\right]\\ &= \frac{\omega(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}\frac{1}{\omega(1+\alpha\beta)+\alpha\beta(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}Ak>0\end{aligned} \tag{30}$$

$$
\begin{aligned}
c^o &= (1+n)[\alpha Ak + T(k)] \\
&= \frac{\omega(1+n)}{\omega + (1-\omega)(1+n)(1+\beta)} Ak > 0
\end{aligned}
\tag{31}
$$

であることから、税関数 (27) と年金給付関数 (28) は Markov 完全均衡を構成する。

**命題 1** 政策関数 $T$ と $B$ がそれぞれ (27) と (28) で表されるような Markov 完全均衡が存在する。

命題 1 における政策関数の性質を分析する。まず、パラメーターが

$$
\begin{aligned}
&\omega(1-\alpha) > (1-\omega)(1+n)(1+\beta)\alpha \\
\Leftrightarrow \quad & n < \frac{\omega(1-\alpha)}{\alpha(1-\omega)(1+\beta)} - 1
\end{aligned}
\tag{A.1}
$$

を満たすときには $T(k) > 0$, $B(k) > 0$ となるから、若年世代から老年世代への所得移転 (通常の年金制度) が実現される。一方、パラメーターが (A.1) を満たさないときには $T(k) < 0$, $B(k) < 0$ となり、老年世代から若年世代への所得移転が実現される。直観的には、人口成長率 $n$ が小さいときには政治過程における若年世代の政治的影響力が大きくなるため、仮定 (A.1) が満たされやすく、通常の意味での年金制度が実現される。

次に、税関数 $T$ を人口成長率 $n$ に関して偏微分すると、

$$
\frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{\omega(1-\omega)(1+\beta)}{[\omega + (1-\omega)(1+n)(1+\beta)]^2} Ak < 0 \tag{32}
$$

となるから、$T$ は $n$ に関して減少である。また、年金給付関数 $B = (1+n)T$ を人口成長率 $n$ に関して偏微分すると、

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial B}{\partial n} &= \underbrace{\frac{\partial}{\partial n}(1+n) \times T}_{\text{(T.1)}} + \underbrace{\frac{\partial T}{\partial n} \times (1+n)}_{\text{(T.2)}} \\
&= \frac{\omega^2(1-\alpha) - \alpha(1-\omega)(1+n)(1+\beta)[2\omega + (1-\omega)(1+n)(1+\beta)]}{[\omega + (1-\omega)(1+n)(1+\beta)]^2}
\end{aligned}
\tag{33}
$$

となる。パラメーターが

$$
\begin{aligned}
&\omega^2(1-\alpha) > \alpha(1-\omega)(1+n)(1+\beta)[2\omega + (1-\omega)(1+n)(1+\beta)] \\
\Leftrightarrow \quad & n < \frac{\omega}{(1-\omega)(1+\beta)} \left(\alpha^{-\frac{1}{2}} - 1\right) - 1
\end{aligned}
\tag{A.2}
$$

を満たすときには年金給付関数 $B$ が人口成長率に関して増加となり、パラメーターが仮定 (A.2) を満たさないときには $B$ が $n$ に関して減少となる。人口成長率の上昇は年金収益率 $(1+n)$ を上昇させるとともに ((33) の (T.1) を参照)、一括税 $T$ を減少させる ((33) の (T.2) を参照)。仮定 (A.2) が満たされる状況では 1 つ目の効果が 2 つ目の効果を上回るために $B$ が $n$ に関して増加となるが、仮定 (A.2) が満たされない状況では 2 つ目の効果が 1 つ目の効果を上回るために $B$ が $n$ に関して減少となる。

税関数 $T$ を老年世代への厚生ウェイト $\omega$ で偏微分すると、

$$\frac{\partial T}{\partial \omega} = \frac{(1+n)(1+\beta)}{[\omega + (1-\omega)(1+n)(1+\beta)]^2} Ak > 0 \tag{34}$$

となるから、$T$ は $\omega$ に関して増加である。また、年金給付関数 $B = (1+n)T$ を老年世代への厚生ウェイト $\omega$ で偏微分すると、

$$\frac{\partial B}{\partial \omega} = (1+n)\frac{\partial T}{\partial \omega} > 0 \tag{35}$$

となるから、$B$ は $\omega$ に関して増加である。

**補題 1** 命題 1 における政策関数は以下の性質を持つ。

- 仮定 (A.1) が満たされる状況では若年世代から老年世代への所得移転が実現し、仮定 (A.1) が満たされない状況では老年世代から若年世代への所得移転が実現する。
- 税関数 $T$ は人口成長率 $n$ に関して減少である。また、仮定 (A.2) が満たされる状況では年金給付関数 $B$ が人口成長率 $n$ に関して増加となるが、仮定 (A.2) が満たされない状況では $B$ が $n$ に関して減少となる。
- 税関数 $T$ と年金給付関数 $B$ はともに老年世代への厚生ウェイト $\omega$ に関して増加である。

## 4. 動学分析

命題 1 における Markov 完全均衡での資本動学を分析する。(29) より、資本の遷移式は次のように表される。

$$k_{t+1} = \frac{\alpha\beta(1-\omega)(1+\beta)A}{\omega(1+\alpha\beta) + \alpha\beta(1-\omega)(1+n)(1+\beta)} k_t \tag{36}$$

したがって、1 人当たり資本の成長率は次のように表される。

$$\gamma \equiv \frac{k_{t+1}}{k_t} = \frac{\alpha\beta(1-\omega)(1+\beta)A}{\omega(1+\alpha\beta) + \alpha\beta(1-\omega)(1+n)(1+\beta)} \tag{37}$$

なお、均衡では 1 人当たり資本と 1 人当たり産出量 $y_t = Ak_t$ は同率で成長するから、$\gamma$ は経済成長率を表している。

経済成長率に関する比較静学を行う。まず、経済成長率 $\gamma$ が人口成長率 $n$ に関して減少であることは容易に示される ($\partial\gamma/\partial n < 0$)。また、経済成長率 $\gamma$ を老年世代への厚生ウェイト $\omega$ で偏微分すると、$\partial\gamma/\partial\omega < 0$ となるから、$\gamma$ は $\omega$ に関して減少である。これらの比較静学の直観的解釈は次のようなものである。Markov 完全均衡上での資本市場の清算条件は次のように表される。

$$k_{t+1} = \underbrace{\frac{1}{1+n}}_{\text{(K.1)}} \frac{1}{1+\beta}\left\{\beta[(1-\alpha)Ak_t - \underbrace{T(k_t)}_{\text{(K.2)}}] - \frac{1}{\alpha A}\underbrace{B(k_{t+1})}_{\text{(K.3)}}\right\} \tag{38}$$

政策規模を所与とすると、人口成長率の上昇は次期の 1 人当たり資本を低下させる ((38) の (K.1) を参照)。しかし、Markov 完全均衡上では、人口成長率の上昇は今期の一括税減少を通じて次期の 1 人当たり資本を増加させる効果 ((38) の (K.2) を参照) 及び次期の年金給付変化を通じて次期の 1 人当たり資本を変化させる効果 ((38) の (K.3) を参照) を併せ持つ。本論文においては、全体として人口成長率の上昇が次期の 1 人当たり資本を減少させる効果を持つ。また、老年世代への厚生ウェイトの上昇は今期の一括税を増加させ ((38) の (K.2) を参照)、また次期の年金給付を増加させるため ((38) の (K.3) を参照)、次期の 1 人当たり資本を減少させる。

**命題 2** 経済成長率 $\gamma$ は人口成長率 $n$ と老年世代への厚生ウェイト $\omega$ に関してともに減少である。

## 5．厚生分析

本節では人口成長率の変化が命題 1 における Markov 完全均衡での各世代の厚生に及ぼす影響を考察する。$-1$ 世代の老年期消費は次のように表される。

$$\begin{aligned} c_0^o &= (1+n)[\alpha A k_0 + T(k_0)] \\ &= \frac{\omega(1+n)}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)} A k_0 \end{aligned} \tag{39}$$

$-1$ 世代の老年期消費 $c_0^o$ は人口成長率 $n$ に関して増加だから、人口成長率が上昇すると $-1$ 世代の厚生は必ず上昇する。

次に、$t \geq 0$ 世代の厚生を導出する。まず (36) より、1 人当たり資本は次のように求められる。

$$k_t = \gamma^t k_0 \tag{40}$$

また、(30) より、0 世代の若年期消費は

$$c_0^y = \frac{\omega(1-\omega)(1+n)(1+\beta)}{\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)} \frac{1}{\omega(1+\alpha\beta)+\alpha\beta(1-\omega)(1+n)(1+\beta)} A k_0 \tag{41}$$

となり、

$$\frac{c_t^y}{c_0^y} = \frac{k_t}{k_0} = \gamma^t$$

であることから、$t \geq 0$ 世代の若年期消費は次のように求められる。

$$c_t^y = \gamma^t c_0^y \tag{42}$$

0 世代の若年期消費 $c_0^y$ を人口成長率 $n$ で偏微分すると、

$$\frac{\partial c_0^y}{\partial n} = \frac{\omega(1-\omega)(1+\beta)[\omega^2(1+\alpha\beta)-\alpha\beta(1-\omega)^2(1+n)^2(1+\beta)^2]}{[\omega+(1-\omega)(1+n)(1+\beta)]^2[\omega(1+\alpha\beta)+\alpha\beta(1-\omega)(1+n)(1+\beta)]^2}$$

となるから、パラメーターが

$$\begin{aligned}&\omega^2(1+\alpha\beta) > \alpha\beta(1-\omega)^2(1+n)^2(1+\beta)^2\\ \Leftrightarrow\quad & n < \frac{\omega}{(1-\omega)(1+\beta)}\left(\frac{1+\alpha\beta}{\alpha\beta}\right)^{\frac{1}{2}} - 1\end{aligned} \tag{A.3}$$

を満たすときには 0 世代の若年期消費 $c_0^y$ が人口成長率 $n$ に関して増加となる。

$t \geq 0$ 世代の厚生は次のように表される。

$$\begin{aligned}V_t^y &= \beta\log\alpha\beta A + (1+\beta)\log c_t^y\\ &= \beta\log\alpha\beta A + (1+\beta)\log\gamma^t c_0^y\\ &= \beta\log\alpha\beta A + (1+\beta)\log c_0^y + t(1+\beta)\log\gamma\end{aligned} \tag{43}$$

$t$ 世代の厚生 $V_t^y$ を人口成長率 $n$ で偏微分すると、

$$\frac{\partial V_t^y}{\partial n} = \underbrace{\frac{1+\beta}{c_0^y}\frac{\partial c_0^y}{\partial n}}_{\text{(V.1)}} + \underbrace{\frac{t(1+\beta)}{\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial n}}_{\text{(V.2)}} \tag{44}$$

となる。人口成長率 $n$ の上昇は、0 世代の若年期消費 $c_0^y$ を変化させる効果 ((44) の (V.1) を参照) と経済成長率 $\gamma$ を低下させる効果 ((44) の (V.2) を参照) を併せ持つ。ここで、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{t(1+\beta)}{\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial n}\right] = \frac{1+\beta}{\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial n} > 0$$

だから、遠い将来の世代ほど経済成長率低下効果が大きくなることに注意する。パラメーターが仮定 (A.3) を満たす状況では、人口成長率が上昇すると経済成長率が低下する一方で 0 世代の若年期消費が増加する。このとき、ある $\bar{t} \geq 0$ が存在し、人口成長率の上昇により $t \leq \bar{t}$ 世代の厚生は上昇するが、$t > \bar{t}$ 世代の厚生は低下する。すなわち、仮定 (A.3) が満たされるほどに人口成長率が低い状態から人口成長率が上昇すると、経済成長率低下効果の影響が小さいために近い将来の世代の厚生は上昇する一方で、経済成長率低下効果の影響が大きいために遠い将来の世代の厚生は低下する。また、パラメーターが仮定 (A.3) を満たさない状況で人口成長率が上昇すると、経済成長率が低下すると同時に 0 世代の若年期消費が減少するため、$t \geq 0$ 世代の厚生が必ず低下する。

**命題 3** 命題 1 における Markov 完全均衡での各世代の厚生は次のような性質を持つ。

- 仮定 (A.3) が満たされる状況では、ある $\bar{t} \geq 0$ が存在し、人口成長率が上昇すると $t \geq \bar{t}$ 世代の厚生は上昇するが、$t < \bar{t}$ 世代の厚生は低下する。
- 仮定 (A.3) が満たされない状況では、人口成長率の上昇は $-1$ 世代の厚生を上昇させるが、$t \geq 0$ 世代の厚生を低下させる。

## 6．結論

本論文では 2 期間生きる個人から成る世代重複モデルにおいて、賦課方式の年金制度の規模が確

率的投票過程を通じて決定される状況を分析した。得られた結果は以下のとおりである。政治経済均衡としての Markov 完全均衡上では税水準や年金給付水準がそれぞれ 1 人当たり資本の線形増加関数として表される。人口成長率が上昇すると経済成長率は低下するが、人口成長率の上昇が厚生水準に及ぼす影響は世代によって異なる。人口成長率が低い状態から追加的に人口成長率が上昇すると、初期時点での世代及び近い将来の世代の厚生は上昇する一方で、遠い将来の世代の厚生は低下する。また、人口成長率が高い状態から追加的に人口成長率が上昇すると、初期時点での老年世代の厚生は上昇する一方で、初期時点での若年世代及び将来の全ての世代の厚生は低下する。

最後に今後の研究課題を述べる。本論文では世代内で同質的な個人を想定し、年金制度の世代間所得移転機能のみに注目したが、現実の年金制度では世代間だけでなく世代内においても所得移転が行われている。また、年金制度による世代内所得移転効果の強さは国によって大きく異なっている。世代内での個人の異質性を導入し、年金制度による世代内所得移転効果の強さがどのようなメカニズムによって決定されるかを理論的に分析することは重要である。

## 参考文献


［1］ Boldrin, M., Rustichini, A., 2000. Political equilibria with social security. Review of Economic Dynamics 3, 41-78.

［2］ Cooley, T., Soares, J., 1999. A positive theory of social security based on reputation. Journal of Political Economy 107, 135-160.

［3］ Forni, L., 2005. Social security as Markov equilibrium in OLG models. Review of Economic Dynamics 8, 178-194.

［4］ Gonzalez-Eiras, M., Niepelt, D., 2008. The future of social security. Journal of Monetary Economics 55, 197-218.

［5］ Grossman, G., Helpman, E., 1998. Intergenerational redistribution with short-lived governments. Economic Journal 108, 1299-1329.

［6］ Lindbeck, A. J., Weibull, W., 1987. Balanced-budget redistribution as a the outcome of political competition. Public Choice 52, 273-297.

［7］ Ono, T., 2017, Aging, pensions, and growth. Finanz Archiv/Public Finance Analysis, forthcoming.

［8］ Romer-Paul, M., 1986. Increasing returns and long-run growth. Journal of Political Economy 94, 1002-1037.